**„EU peníze školám“**

**Projekt DIGIT – digitalizace výuky na ISŠTE Sokolov**

**reg.č. CZ.1.07/1.5.00/34.0496**

|  |  |
| --- | --- |
| **III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT** | **VY\_32\_INOVACE\_5\_1\_06** |
| **Název vzdělávacího materiálu** | Výpočty nosných a hybných hřídelů |
| **Jméno autora** | Ing. Kateřina Mizerová |
| **Tematická oblast** | Hřídele a uložení |
| **Vzdělávací obor** | **23-45-M/01 Dopravní prostředky**  |
| **Předmět** | Části strojů a mechanismy |
| **Ročník** | 2. |
| **Rozvíjené klíčové kompetence** | Znalost strojních součástí a aplikace základních fyzikálních výpočtů |
| **Průřezové téma** | Funkce hřídelů a jejich částí, výpočty, součásti uložené na hřídeli |
| **Časový harmonogram** | 1 vyučovací hodina |
| **Použitá literatura a zdroje** | Leinveber, J., Vávra, P.: Strojnické tabulky, Úvaly, ALBRA, 2008, ISBN 80--86490-74-2. |
| **Pomůcky a prostředky** | Dataprojektor, vizualizér |
| **Anotace** | Popis, funkce, druhy a použití hřídelů a jejich částí. Základní výpočty hřídelů a jejich částí. Uložení hřídelů v sestavě a popis, funkce, druhy a základní výpočty součástí spojených s hřídelem k přenosu či umožnění otáčivého pohybu hřídele. |
| **Způsob využití výukového materiálu ve výuce** | Výklad, cvičení (výpočty) |
| **Datum (období) vytvoření vzdělávacího materiálu** | Září 2013 |

*Tento výukový materiál je plně v souladu s Autorským zákonem (jsou zde dodržována všechna autorská práva). Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je ing. Kateřina Mizerová.*

**Výklad**

**Výpočty nosných a hybných hřídelů**

1. ***Výpočet nosného hřídele***

Protože nosné hřídele nepřenášejí žádný krouticí moment, jsou namáhány na ohyb a v místě upevnění dalších součástí na otlačení.

* 1. ***Nosný hřídel s pevnou osou (hřídel pevně uložený v rámu)***

******

* **Namáhání na ohyb:**
1. Podle obrázku z rovnovážných rovnic určíme vazbové síly $R\_{A}$ a $R\_{B}$

$$součet sil v ose y: R\_{A}+ R\_{B}-F=0$$

$$součet momentů v bodě A: -F∙\frac{l}{2}+R\_{B}∙l=0$$

$$R\_{A}=R\_{B}=\frac{F}{2}$$

$$F…zatěžující síla$$

$$R\_{A}…vazbová síla v rámu A$$

$$R\_{B}…vazbová síla v rámu B$$

$$l…délka hřídele$$

1. Vypočítáme maximální ohybový moment, který se nachází ve středu hřídele
$$M\_{Omax}=\frac{R\_{A}∙l}{2}$$

$$M\_{Omax}…maximální ohybový moment$$

1. Z největšího ohybového napětí vypočítáme průměr hřídele

$$σ\_{O}=\frac{M\_{Omax}}{W\_{O}}=\frac{32∙R\_{A}∙l}{2∙π∙d^{3}}\leq σ\_{DO}$$

$$W\_{O}=\frac{π∙d^{3}}{32}…modul průřezu v ohybu$$

$$d…průměr hřídele$$

$$σ\_{O}…napětí v ohybu$$

$$σ\_{DO }…dovolené napětí v ohybu$$

$$d\geq \sqrt[3]{\frac{16∙R\_{A}∙l}{π∙σ\_{DO}}}$$

* **Otlačení:**
1. Tlak pod kotoučem

$$p=\frac{F}{S}=\frac{F}{d∙b}\leq p\_{D}$$

$$p…tlak$$

$$p\_{D}…dovolený tlak$$

$$S…obsah zatěžující plochy kotoučem$$

$$d…průměr hřídele$$

$$b…šířka kotouče$$

1. Tlak v ložiskách rámu

$$p=\frac{F}{S}=\frac{F}{2∙d∙a}\leq p\_{D}$$

$$S…obsah zatěžující plochy v rámu$$

$$2∙a…šířka obou částí rámu$$

* 1. ***Nosný hřídel s otočnou osou (hřídel uložený pohyblivě)***

******

* **Namáhání na ohyb:**
1. Podle obrázku z rovnovážných rovnic určíme vazbové síly $R\_{A}$ a $R\_{B}$

$$součet sil v ose y: R\_{A}+ R\_{B}-F=0$$

$$součet momentů v bodě A: -F∙a+R\_{B}∙l=0$$

$$R\_{A}=\frac{F∙b}{l}$$

$$R\_{B}=\frac{F∙a}{l}$$

$$F…zatěžující síla$$

$$R\_{A}…vazbová síla v ložisku A$$

$$R\_{B}…vazbová síla v ložisku B$$

$$a+b=l…délka hřídele$$

1. Vypočítáme maximální ohybový moment, který se nachází ve vzdálenosti *a* od ložiska A
$$M\_{Omax}=R\_{A}∙a$$

$$M\_{Omax}…maximální ohybový moment$$

1. Z největšího ohybového napětí vypočítáme průměr hřídele pod kotoučem

$$σ\_{O}=\frac{M\_{Omax}}{W\_{O}}=\frac{32∙R\_{A}∙a}{π∙d\_{K}^{3}}\leq σ\_{DO}$$

$$W\_{O}=\frac{π∙d\_{K}^{3}}{32}…modul průřezu v ohybu$$

$$d\_{K}…průměr hřídele pod kotoučem$$

$$σ\_{O}…napětí v ohybu$$

$$σ\_{DO }…dovolené napětí v ohybu$$

$$d\_{K}\geq \sqrt[3]{\frac{32∙R\_{A}∙a}{π∙σ\_{DO}}}$$

1. Navrhneme průměry hřídelových čepů v ložiscích A a B

$$d\_{A}\geq \sqrt[3]{\frac{16∙R\_{A}∙l\_{A}}{π∙σ\_{DO}}}$$

$$d\_{B}\geq \sqrt[3]{\frac{16∙R\_{B}∙l\_{B}}{π∙σ\_{DO}}}$$

$$l\_{A}…délka čepu v ložisku A$$

$$l\_{B}…délka čepu v ložisku B$$

$$d\_{A}…průměr čepu v ložisku A$$

$$d\_{B}…průměr čepu v ložisku B$$

* **Otlačení:**

Tlak pod kotoučem

$$p=\frac{F}{S\_{K}}=\frac{F}{d\_{K}∙l\_{K}}\leq p\_{D}$$

$$p…tlak$$

$$p\_{D}…dovolený tlak$$

$$S\_{K}…obsah zatěžující plochy kotoučem$$

$$d\_{K}…průměr hřídele pod kotoučem$$

$$l\_{K}…šířka kotouče$$

1. ***Výpočet hybného hřídele***

Hybné hřídele jsou vždy namáhány krut a podle typu hřídele (spojovací, hnaný, hnací, předlohový), podle počtu a umístění dalších zatěžujících součástí i na ohyb.



* 1. ***Hybný hřídel – spojovací (namáhaný pouze na krut)***

******

Návrh průměru hřídele namáhaným na krut se provádí podobným způsobem jako při návrhu průměru čepu namáhaným na ohyb

$$M\_{k}=\frac{P}{ω}= \frac{P}{2∙π∙n}$$

$$M\_{k}…krouticí moment$$

$$P…výkon$$

$$ω…úhlová rychlost$$

$$n…otáčky$$

$$W\_{k}=\frac{π∙d^{3}}{16}$$

$$W\_{k}…modul průřezu v krutu$$

$$d…průměr čepu$$

$$τ\_{k}=\frac{M\_{k}}{W\_{k}}=\frac{16∙M\_{k}}{π∙d^{3}}\leq τ\_{Dk}$$

$$τ\_{k}…napětí v krutu$$

$$τ\_{Dk}…dovolené napětí v krutu$$

$$d\geq \sqrt[3]{\frac{16∙M\_{k}}{π∙τ\_{Dk}}}$$

* 1. ***Hybný hřídel – hnací a hnaný (namáhaný na krut a na ohyb)***

******

Pro kombinované namáhání je nutné stanovit redukovaný ohybový moment.

1. Z krouticího momentu určíme zatěžující sílu

$$M\_{k}=F∙\frac{D}{2}$$

$$M\_{k}…krouticí moment$$

$$F…zatěžující síla$$

$$D…průměr ozubeného kola$$

$$F=\frac{2∙M\_{k}}{D}$$

1. Podle obrázku z rovnovážných rovnic určíme vazbové síly $R\_{A}$ a $R\_{B}$

$$R\_{A}=\frac{F∙b}{l}$$

$$R\_{B}=\frac{F∙a}{l}$$

$$R\_{A}…vazbová síla v ložisku A$$

$$R\_{B}…vazbová síla v ložisku B$$

$$a+b=l…délka hřídele$$

1. Vypočítáme maximální ohybový moment, který se nachází ve vzdálenosti
*a* od ložiska A.
$$M\_{Omax}=R\_{A}∙a$$

$$M\_{Omax}…maximální ohybový moment$$

1. Pro kombinované namáhání je dáno redukované napětí, které je součtem vektorů namáhání na krut a ohyb. Větší vliv na toto napětí má namáhání na krut. Je zde také zaveden Bachův opravný součinitel, který eliminuje vliv střídavého pohybu a zatížení při otáčení.

$$σ\_{Ored}=\sqrt{σ\_{O}^{2}+3∙\left(α\_{B}∙τ\_{k}\right)^{2}}\leq σ\_{DO}$$

$$σ\_{Ored}…redukované napětí$$

$$σ\_{O}…napětí v ohybu$$

$$τ\_{k}…napětí v krutu$$

$$σ\_{DO }…dovolené napětí v ohybu$$

$$α\_{B}…Bachův opravný součinitel$$

1. Po dosazení do rovnice získáme redukovaný ohybový moment.

$$σ\_{O}=\frac{M\_{Omax}}{W\_{O}}, τ\_{k}=\frac{M\_{k}}{W\_{k}}, W\_{O}=\frac{π∙d^{3}}{32}, W\_{k}=\frac{π∙d^{3}}{16}, W\_{k}=2∙W\_{O}$$

$$M\_{Ored}=\sqrt{M\_{Omax}^{2}+0,75∙\left(α\_{B}∙M\_{k}\right)^{2}}$$

$$M\_{Ored}…redukovaný ohybový moment$$

1. Dále dosadíme redukovaný ohybový moment do rovnice pro výpočet napětí
a vyjádříme průměr v kritickém místě.

$$σ\_{Ored}=\frac{M\_{Ored}}{W\_{O}}\leq σ\_{DO}$$

$$d\geq \sqrt[3]{\frac{32∙M\_{Ored}}{π∙σ\_{DO}}}$$

* 1. ***Hybný hřídel – předlohový (namáhaný na krut a na ohyb)***

******

Výpočet je prováděn stejným způsobem jako u hnaného a hnacího hřídele. Rozdíl je především v počtu a rozložení zatěžujících sil v místech umístění ozubených kol.

**Cvičení**

**Výpočet předlohového hřídele**

Navrhněte průměr předlohového hřídele v nebezpečném průřezu (v místě, kde je největší zatížení a mohlo by dojít k deformaci).

Výkon je 3,5 kW, otáčky 15 za sekundu, průměry kol jsou 160 a 60 mm, délka hřídele je 300 mm, vzdálenosti kol od rámu a od sebe jsou stejné (kola leží v 1.
a 2. třetině), materiál hřídele je 11 600, zatížení je střídavý ohyb a krut.

*Řešení:*

1. Z výkonu a otáček určíme krouticí moment

$$M\_{k}=\frac{P}{ω}= \frac{P}{2∙π∙n}=\frac{3 500}{2∙π∙15}=37,2 Nm$$

$$M\_{k}…krouticí moment$$

$$P…výkon$$

$$ω…úhlová rychlost$$

$$n…otáčky$$

1. Z krouticího momentu určíme zatěžující síly

$$M\_{k}=F\_{1}∙\frac{D\_{1}}{2} M\_{k}=F\_{2}∙\frac{D\_{2}}{2}$$

$$M\_{k}…krouticí moment$$

$$F…zatěžující síla$$

$$D…průměr ozubeného kola$$

$$F\_{1}=\frac{2∙M\_{k}}{D\_{1}}=\frac{2∙37 200}{160}=465 N$$

$$F\_{2}=\frac{2∙M\_{k}}{D\_{2}}=\frac{2∙37 200}{60}=1240 N$$

1. Podle obrázku z rovnovážných rovnic určíme vazbové síly $R\_{A}$ a $R\_{B}$

$$vzdálenosti kol: a=b=c=\frac{1}{3}l$$

$$součet sil v ose y: R\_{A}+ R\_{B}-F\_{1}-F\_{2}=0$$

$$součet momentů v bodě A: -F\_{1}∙\frac{l}{3}-F\_{2}∙\frac{2∙l}{3}+R\_{B}∙l=0$$

$$R\_{A}=\frac{2∙F\_{1}+F\_{2}}{3}= \frac{2∙465+1240}{3}=723N$$

$$R\_{B}=\frac{F\_{1}+2∙F\_{2}}{3}= \frac{465+2∙1240}{3}=982N$$

1. Vypočítáme maximální ohybový moment, který se nachází podle obrázku
ve vzdálenosti *c* od podpěry B
$$M\_{Omax}=R\_{B}∙\frac{l}{3}=982∙\frac{300}{3}=98,2 Nm$$

$$M\_{Omax}…maximální ohybový moment$$

$$a+b+c=l…délka hřídele$$

1. Pro kombinované střídavé zatížení předpokládáme *Bachův opravný součinitel*$ α\_{B}=1$ a po dosazení do rovnice získáme redukovaný ohybový moment

$$M\_{Ored}=\sqrt{M\_{Omax}^{2}+0,75∙\left(α\_{B}∙M\_{k}\right)^{2}}=\sqrt{98,2^{2}+0,75∙\left(1∙37,2\right)^{2}}=103,3 Nm$$

$$M\_{Ored}…redukovaný ohybový moment$$

$$α\_{B}…Bachův opravný součinitel$$

1. Dále dosadíme redukovaný ohybový moment do rovnice pro výpočet napětí
a vypočítáme a zaokrouhlíme na typizovaný průměr v kritickém místě.

$$σ\_{Ored}=\frac{M\_{Ored}}{W\_{O}}\leq σ\_{DO}=85…115 MPa$$

$$d\geq \sqrt[3]{\frac{32∙M\_{Ored}}{π∙σ\_{DO}}}=\sqrt[3]{\frac{32∙103 300}{π∙85}}=23,1 mm$$

$$d=24 mm$$